



Leçon

Lorsque la division euclidienne de a par b donne un reste nul :
alors $a = b \times q$ où q est le quotient.

On dit que a est un multiple de b ou b est un diviseur de a ou a est divisible par b .

Exemples :

1) 85 est-il divisible par 6 ?

Le reste est _____ donc 85

2) Déterminer tous les diviseurs de 12.

$1 \times 12 = 12$; _____ $= 12$; _____ $= 12$

Les diviseurs de 12 sont

Exercices

Exercice 1 :

13 est-il un diviseur de :

- a) 46 ? b) 39 ? c) 263 ?

Exercice 2 :

Déterminer tous les diviseurs des nombres suivants.

- a) 128 b) 56 c) 78

Exercice 3 :

1 548 est-il divisible par 2 ? par 3 ? par 4 ? par 5 ? par 9 ? par 10 ?

Exercice 4 :

- 1) Déterminer la liste des diviseurs de 34.
- 2) Déterminer la liste des diviseurs de 85.
- 3) Quel est le plus grand diviseur commun de 34 et 85 ?

Leçon

Définition :

Un nombre premier est un nombre entier positif qui admet exactement deux diviseurs : 1 et lui-même.

Exemples :

- 1) 6 : il admet 2 et 3 comme diviseurs.
 2) 7 : il n'est divisible que par 1 et 7.

Remarques :

- 1) 0 n'est pas un nombre premier car il admet une infinité de diviseurs.
 2) 1 n'est pas un nombre premier car il possède un seul diviseur : lui-même.

Propriété :

- 1) Il existe une infinité de nombres premiers.
 2) Les 25 nombres premiers inférieurs à 100 sont :
 2 - 3 - 5 - 7 - 11 - 13 - 17 - 19 - 23 - 29 - 31 - 37 - 41 - 43 - 47 - 53 - 59 - 61 - 67 - 71 - 73 - 79 - 83 - 89 - 97.

Méthode :

Soit N un entier supérieur ou égal à 2.

Pour montrer que N est premier, il suffit de montrer que N n'est divisible par aucun nombre premier inférieur ou égal à \sqrt{N} .

Exemple :

On veut savoir si 157 est un nombre premier.

$$\sqrt{157} \approx 12,53$$

Il faut donc tester la divisibilité de 157 par

157 n'est divisible par 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, donc 157 est premier.

Exercices

Exercice 1 :

- a) 217 est-il premier ? b) 289 est-il premier ? c) 439 est-il premier ?

Exercice 2 :

Jules cherche à savoir si 523 est un nombre premier à l'aide de sa calculatrice.

Voici son raisonnement :

$$523 \div 4 = 130,75.$$

523 est un nombre premier car la division s'arrête.

Expliquer et corriger son erreur.

Exercice 3 :

Trouver tous les nombres premiers compris entre 100 et 150.

Leçon

Propriété :

Tout nombre entier peut s'écrire comme le produit de facteurs premiers.

Exemples :

1) $60 =$ _____ ou $60 =$ _____

2) $728 =$ _____ ou $728 =$ _____

Remarque :

Pour tout entier donné, il n'existe qu'une seule décomposition en produits de facteurs premiers.

Exercices

Exercice 1 :

Retrouver chaque nombre décomposé en produit de facteurs premiers.

$A = 2^2 \times 3^2 \times 5$ $B = 3 \times 2^3 \times 5$ $C = 2 \times 3 \times 5^2$

Exercice 2 :

Décomposer les nombres entiers suivants en produits de facteurs premiers.

- a) 36 b) 216 c) 135
d) 630 e) 5 005 f) 7 986

Exercice 3 :

Le professeur a demandé à Yasmine de décomposer 594 en produit de facteurs premiers.

Voici sa réponse :

$594 = 2 \times 3 \times 9 \times 11$

Yasmine a-t-elle raison ?