

Leçon

Définition :

Une expérience aléatoire est une expérience dans laquelle intervient le hasard. On ne peut pas en prévoir le résultat à l'avance mais on peut lister les différentes possibilités, que l'on appelle "issues".

Vocabulaire :

La probabilité d'une issue peut s'interpréter comme la "proportion de chances" d'obtenir cette issue lors d'une expérience aléatoire. C'est un nombre compris entre 0 et 1.

Exemples :

On lance un dé "classique" : les issues sont

probabilité("obtenir 7") = (évènement impossible) et $p(\text{"obtenir un nombre entre 0 et 10"}) =$ (évènement certain)

Propriété :

La somme des probabilités de toutes les issues d'une expérience aléatoire est égale à 1.

Définition et propriété :

Lorsque toutes les issues d'une expérience aléatoire ont la même probabilité, on dit que les issues sont équiprobables.

Si l'expérience comporte n issues équiprobables, la probabilité de chacune d'entre elles vaut $\frac{1}{n}$.

Exemple :

On lance un dé "classique".

$p(\text{"obtenir 1"}) = p(\text{"obtenir 2"}) = p(\text{"obtenir 3"}) = p(\text{"obtenir 4"}) = p(\text{"obtenir 5"}) = p(\text{"obtenir 6"}) =$

Exercices

Exercice 1 :

On lance un dé équilibré à 20 faces.

- 1) Quelles sont les issues de cette expérience ?
- 2) Donner la probabilité de chacune de ces issues.

Exercice 2 :

Que signifie la phrase : " Les chances de gagner à ce jeu sont de 25% " ?

- a) Si 100 personnes jouent à ce jeu, alors 25 gagneront à coup sûr.
- b) En moyenne, 1 personne sur 4 gagne à ce jeu.
- c) Si la même personne joue 100 fois à ce jeu, elle gagnera exactement 25 fois.
- d) La probabilité de gagner à ce jeu est de 25.

Exercice 3 :

Associer chaque situation à un des tableaux.

Situation 1 : " Le dé est plombé et tombe toujours sur le 6."

Situation 2 : " Le dé n'est pas truqué."

Situation 3 : " Le dé est truqué de telle sorte que la probabilité d'obtenir le 6 vaut deux fois la probabilité d'obtenir n'importe quel autre résultat."

	Issues	1	2	3	4	5	6		Issues	1	2	3	4	5	6
a)	Probabilité	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	b)	Probabilité	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{2}{7}$
c)	Issues	1	2	3	4	5	6	Total							
	Probabilité	0	0	0	0	0	1	1							

Exercice 4 :

Une pièce a deux fois plus de chances de tomber sur "Pile" que sur "Face". On la lance.

Quelle est la probabilité de chacune des issues ?

Leçon

Vocabulaire :

Selon le résultat d'une expérience aléatoire, on dit que l'évènement est réalisé ou non.

Exemple :

On lance un dé "classique" et on considère l'évènement "obtenir un multiple de 3".

Si on obtient 3 ou 6, l'évènement est . Sinon

Définition :

La probabilité d'un évènement est égale à la somme des probabilités des issues qui le réalisent.

Exemple :

On lance un dé cubique truqué tel que

Issues	1	2	3	4	5	6	Total
Probabilité	0,3	0,1	0,4	0,1	0,05	0,05	1

$p(\text{"obtenir un nombre impair"}) =$

Propriété :

En cas d'équiprobabilité, la probabilité d'un évènement s'obtient en divisant le nombre d'issues favorables à l'évènement par le nombre total d'issues de l'expérience.

Exemple :

On lance un dé "classique" :

$$p(\text{"obtenir un nombre pair"}) = \frac{\text{Nombre d'issues favorables}}{\text{Nombre total d'issues}} =$$

Exercices

Exercice 1 :

On lance un dé truqué dont les probabilités d'apparition de chaque face sont données par le tableau suivant.

Issue	1	2	3	4	5	6
Probabilité	$\frac{1}{12}$	$\frac{3}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{2}{12}$	$\frac{4}{12}$	$\frac{1}{12}$

Julien a tapé sur sa calculatrice le calcul suivant : $(1 \div 12) + (1 \div 12) + (4 \div 12)$.

- 1) Quelle pouvait être la question posée par le professeur.
- 2) Résoudre cette question.

Exercice 2 :

Dans un jeu de 52 cartes, on tire une carte au hasard.

- 1) Quelle est la probabilité d'obtenir une carte rouge ?
- 2) Quelle est la probabilité d'obtenir un valet ?
- 3) Quelle est la probabilité d'obtenir un valet rouge ?

Exercice 3 :

Une boîte contient les jetons suivants :

- 2 jetons A, 1 jeton B et 1 jeton C ronds.
- 1 jeton B et 1 jeton C triangulaires.
- 1 jeton A et 2 jetons B carrés.

On choisit au hasard un jeton dans la boîte.

- 1) Quelle est la probabilité d'obtenir un jeton portant la lettre A ?
- 2) Quelle est la probabilité d'obtenir un jeton rond ?
- 3) Quelle est la probabilité d'obtenir un jeton carré portant la lettre B ?

Leçon

Méthode :

Pour représenter une expérience aléatoire comportant deux épreuves, on peut construire un arbre de probabilités.

Exemple :

Dans une urne contenant deux boules blanches et trois boules rouges, on tire une première boule puis une seconde sans remettre la boule dans l'urne.

- A est l'évènement "On tire une boule blanche au 1^{er} tirage".

- \bar{A} est l'évènement contraire de A

Donc \bar{A} est l'évènement "on ne tire pas une boule blanche au 1^{er} tirage" = "on tire une boule rouge au 1^{er} tirage"

- B est l'évènement "On tire une boule blanche au 2^{ème} tirage".

- \bar{B} est l'évènement contraire de B

Donc \bar{B} est l'évènement "on ne tire pas une boule blanche au 2^{ème} tirage" = "on tire une boule rouge au 2^{ème} tirage"

Règle :

1) La somme des probabilités portées sur les branches issues d'un même nœud est égale à 1.

2) La probabilité d'un chemin est égale au produit des probabilités rencontrées le long de ce chemin.

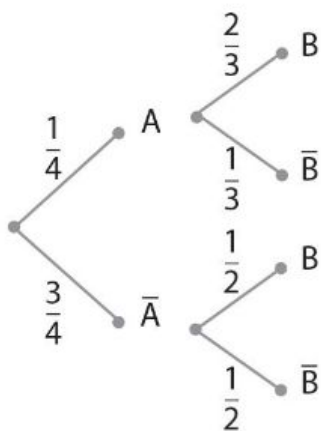
Exemple :

Avec l'exemple précédent, la probabilité de tirer deux boules blanches est égale à :

Exercices

Exercice 1 :

On donne l'arbre de probabilité ci-dessous.



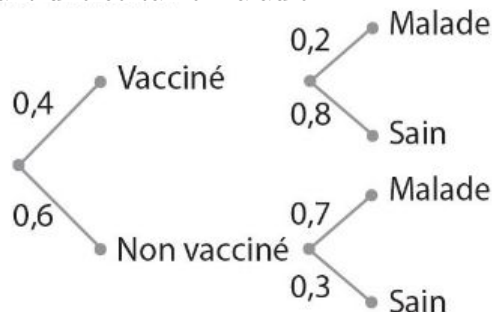
- 1) Quelle est la probabilité de l'évènement A ?
- 2) Quelle est la probabilité de l'évènement "A et B" ?

Exercice 3 :

Une pièce est truquée : la probabilité d'obtenir "Face" vaut $\frac{2}{3}$. On lance deux fois cette pièce. Quelle est la probabilité d'obtenir deux "Pile" ?

Exercice 2 :

Dans une population donnée, on choisit au hasard un individu. On a les probabilités suivantes concernant une certaine maladie.



- 1) Quelle est la probabilité que la personne choisie soit vaccinée ?
- 2) Quelle est la probabilité que la personne choisie soit à la fois saine et vaccinée ?