



Leçon

Lorsque la division euclidienne de a par b donne un reste nul :

alors $a = b \times q$ où q est le quotient.

On dit que a est un multiple de b ou b est un diviseur de a ou a est divisible par b .

Exemples :

1) 85 est-il divisible par 6 ?

Le reste est donc 85

2) Déterminer tous les diviseurs de 12.

$$1 \times 12 = 12; \quad \quad \quad = 12; \quad \quad \quad = 12$$

Les diviseurs de 12 sont

Exercices

Exercice 1 :

13 est-il un diviseur de :

a) 46 ? b) 39 ? c) 263 ?

Exercice 2 :

Déterminer tous les diviseurs des nombres suivants.

a) 128 b) 56 c) 78

Exercice 3 :

1 548 est-il divisible par 2 ? par 3 ? par 4 ? par 5 ? par 9 ? par 10 ?

Exercice 4 :

1) Déterminer la liste des diviseurs de 34.

2) Déterminer la liste des diviseurs de 85.

3) Quel est le plus grand diviseur commun de 34 et 85 ?

Leçon

Définition :

Un nombre premier est un nombre entier positif qui admet exactement deux diviseurs : 1 et lui-même.

Exemples :

1) 6 : il admet 1 et 6 comme diviseurs.

2) 7 : il n'est divisible que par 1 et 7.

Remarques :

1) 0 n'est pas un nombre premier car il admet une infinité de diviseurs.

2) 1 n'est pas un nombre premier car il possède un seul diviseur : lui-même.

Propriété :

1) Il existe une infinité de nombres premiers.

2) Les 25 nombres premiers inférieurs à 100 sont :

2 - 3 - 5 - 7 - 11 - 13 - 17 - 19 - 23 - 29 - 31 - 37 - 41 - 43 - 47 - 53 - 59 - 61 - 67 - 71 - 73 - 79 - 83 - 89 - 97.

Méthode :

Soit N un entier supérieur ou égal à 2.

Pour montrer que N est premier, il suffit de montrer que N n'est divisible par aucun nombre premier inférieur ou égal à $\sqrt{N}$.

Exemple :

On veut savoir si 157 est un nombre premier.

$$\sqrt{157} \approx 12,53$$

Il faut donc tester la divisibilité de 157 par les nombres premiers inférieurs ou égaux à 12,53.

157 n'est divisible par 2, 3, 5, 7, 11, 13, donc 157 est premier.

Exercices

Exercice 1 :

a) 217 est-il premier ? b) 289 est-il premier ? c) 439 est-il premier ?

Exercice 2 :

Jules cherche à savoir si 513 est un nombre premier à l'aide de sa calculatrice.

Voici son raisonnement :

$$513 \div 4 = 128,25.$$

523 est un nombre premier car 513 n'est pas divisible par 4.

Expliquer et corriger son erreur.

Exercice 3 :

Trouver tous les nombres premiers compris entre 100 et 130.

Leçon

Propriété :

Tout nombre entier peut s'écrire comme le produit de facteurs premiers.

Exemples :

1) $60 =$ ou $60 =$

2) $728 =$ ou $728 =$

Remarque :

Pour tout entier donné, il n'existe qu'une seule décomposition en produits de facteurs premiers.

Exercices

Exercice 1 :

Retrouver chaque nombre décomposé en produit de facteurs premiers.

$A = 2^2 \times 3^2 \times 5$ $B = 3 \times 2^3 \times 5$ $C = 2 \times 3 \times 5^2$

Exercice 2 :

Décomposer les nombres entiers suivants en produits de facteurs premiers.

- a) 36 b) 216 c) 135
d) 630 e) 5 005 f) 7 986

Exercice 3 :

Le professeur a demandé à Yasmine de décomposer 594 en produit de facteurs premiers.

Voici sa réponse :

$594 = 2 \times 3 \times 9 \times 11$

Yasmine a-t-elle raison ?