Compétence 13-1 : Savoir modéliser une expérience aléatoire

Leçon

Définition :
Une expérience aléatoire est une expérience dans laquelle intervient le hasard. On ne peut pas en prévoir le résultat à l'avance mais on peut lister les différentes possibilités, que l'on appelle "issues".

Vocabulaire :
La probabilité d'une issue peut s'interpréter comme la "proportion de chances" d'obtenir cette issue lors d'une expérience aléatoire. C'est un nombre compris entre 0 et 1.

Exemples :
On lance un dé "classique" : les issues sont 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6.
probabilité("obtenir 7") = 0 (évènement impossible) et p("obtenir un nombre entre 0 et 10") = 1 (évènement certain)

Propriété :
La somme des probabilités de toutes les issues d'une expérience aléatoire est égale à 1.

Définition et propriété :
Lorsque toutes les issues d'une expérience aléatoire ont la même probabilité, on dit que les issues sont équiprobables.
Si l'expérience comporte n issues équiprobables, la probabilité de chacune d'entre elles vaut $\frac{1}{n}$.

Exemple :
On lance un dé "classique".
p("obtenir 1") = p("obtenir 2") = p("obtenir 3") = p("obtenir 4") = p("obtenir 5") = p("obtenir 6") = $\frac{1}{6}$

Exercices

Exercice 1 :
On lace un dé équilibré à 20 faces.
1) Quelles sont les issues de cette expérience ?
2) Donner la probabilité de chacune de ces issues.

Exercice 2 :
Que signifie la phrase : " Les chances de gagner à ce jeu sont de 25%" ?
a) Si 100 personne jouent à ce jeu, alors 25 gagneront à coup sûr.
b) En moyenne, 1 personne sur 4 gagne à ce jeu.
c) Si la même personne joue 100 fois à ce jeu, elle gagnera exactement 25 fois.
d) La probabilité de gagner à ce jeu est de 25.

Exercice 3 :
Associer chaque situation à un des tableaux.
Situation 1 : " Le dé est plombé et tombe toujours sur le 6."
Situation 3 : " Le dé est truqué de telle sorte que la probabilité d'obtenir le 6 vaut deux fois la probabilité d'obtenir n'importe quel autre résultat."

a)

Issues	1	2	3	4	5	6
Probabilité	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

b)

Issues	1	2	3	4	5	6
Probabilité	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{2}{7}$

c)

Issues	1	2	3	4	5	6	Total
Probabilité	0	0	0	0	0	1	1

Exercice 4 :
Une pièce a deux fois plus de chances de tomber sur "Pile" que sur "Face". On la lance.
Quelle est la probabilité de chacune des issues ?

Compétence 13-2 : Savoir déterminer la probabilité d'un évènement

Leçon

Vocabulaire :
Selon le résultat d'une expérience aléatoire, on dit que l'évènement est réalisé ou non.

Exemple :
On lance un dé "classique" et on considère l'évènement "obtenir un multiple de 3".
Si on obtient 3 ou 6, l'évènement est réalisé. Sinon il ne l'est pas.

Définition :
La probabilité d'un évènement est égale à la somme des probabilités des issues qui le réalisent.

Exemple :
On lance un dé cubique truqué tel que

Issues	1	2	3	4	5	6	Total
Probabilité	0,3	0,1	0,4	0,1	0,05	0,05	1

p("obtenir un nombre impair") = p("obtenir 1") + p("obtenir 3") + p("obtenir 5") = 0,3 + 0,4 + 0,05 = 0,75 = 75%

Propriété :
En cas d'équiprobabilité, la probabilité d'un évènement s'obtient en divisant le nombre d'issues favorables à l'évènement par le nombre total d'issues de l'expérience.

Exemple :
On lance un dé "classique" :
p("obtenir un nombre pair") = $\frac{Nombre\ d'issues\ favorables}{Nombre\ \ total\ \ d'issues} = \frac{3}{6}$

Exercices

Exercice 1 :

On lance un dé truqué dont les probabilités d'apparition de chaque face sont données par le tableau suivant.

Issue	1	2	3	4	5	6
Probabilité	$\frac{1}{12}$	$\frac{3}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{2}{12}$	$\frac{4}{12}$	$\frac{1}{12}$

Julien a tapé sur sa calculatrice le calcul suivant : $(1 \div 12) + (1 \div 12) + (4 \div 12)$.

1) Quelle pouvait être la question posée par le professeur.
2) Résoudre cette question.

Exercice 2 :
Dans un jeu de 52 cartes, on tire une carte au hasard.
1) Quelle est la probabilité d'obtenir une carte rouge ?
2) Quelle est la probabilité d'obtenir un valet ?
3) Quelle est la probabilité d'obtenir un valet rouge ?

Exercice 3 :

Une boite contient les jetons suivants :
- 2 jetons A, 1 jeton B et 1 jeton C ronds.
- 1 jeton B et 1 jeton C triangulaires.
- 1 jeton A et 2 jetons B carrés.

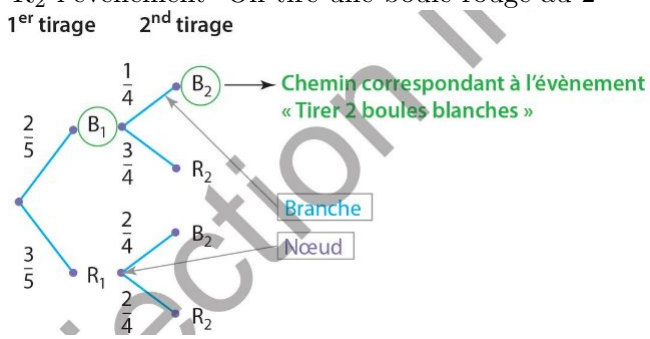
On choisit au hasard un jeton dans la boite.
1) Quelle est la probabilité d'obtenir un jeton portant la lettre A ?
2) Quelle est la probabilité d'obtenir un jeton rond ?
3) Quelle est la probabilité d'obtenir un jeton carré portant la lettre B ?

Compétence 13-3 : Savoir construire un arbre de probabilités

Leçon

Méthode :
Pour représenter une expérience aléatoire comportant deux épreuves, on peut construire un arbre de probabilités.

Exemple :
Dans une urne contenant deux boules blanches et trois boules rouges, on tire une première boule puis une seconde sans remettre la remettre dans l'urne.
On note : - B_1 l'évènement "On tire une boule blanche au 1er tirage".
- R_1 l'évènement "On tire une boule rouge au 1er tirage".
- B_2 l'évènement "On tire une boule blanche au 2ème tirage".
- R_2 l'évènement "On tire une boule rouge au 2ème tirage".



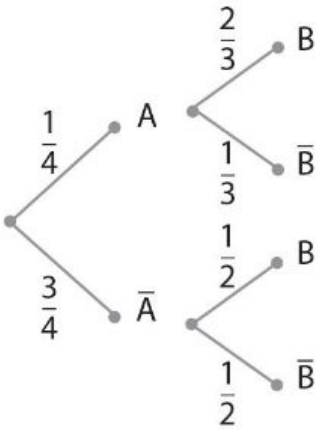
Règle :
1) La somme des probabilités portées sur les branches issues d'un même nœud est égale à 1.
2) La probabilité d'un chemin est égale au produit des probabilités rencontrées le long de ce chemin.

Exemple :
Avec l'exemple précédent, la probabilité de tirer deux boules blanches est égale à : $\frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$

Exercices

Exercice 1 :

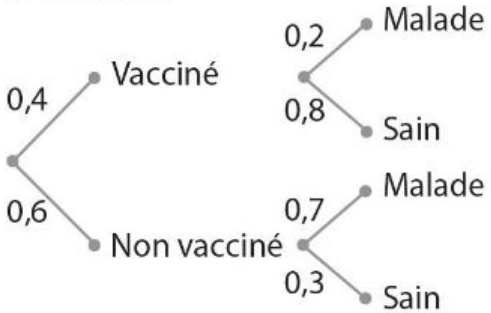
On donne l'arbre de probabilité ci-dessous.



1) Quelle est la probabilité de l'évènement A ?
2) Quelle est la probabilité de l'évènement "A et B" ?

Exercice 2 :

Dans une population donnée, on choisit au hasard un individu. On a les probabilités suivantes concernant une certaine maladie.



1) Quelle est la probabilité que la personne choisie soit vaccinée ?
2) Quelle est la probabilité que la personne choisie soit à la fois saine et vaccinée ?

Exercice 3 :
Une pièce est truquée : la probabilité d'obtenir "Face" vaut $\frac{2}{3}$. On lance deux fois cette pièce.
Quelle est la probabilité d'obtenir deux "Pile" ?